

Модель золотого сечения в проекции трех частей

Рассмотрены модельные структуры в виде алгебраических уравнений, в основе которых лежит пропорциональное деление целого на три аддитивно-составные части. Некоторые из таких структур зиждутся на константе золотого сечения. В целом модели расширяют идею построения математических "золотых" зависимостей, как наипростейших пропорциональных отношений, на троичные образования

На три делится особенно хорошо.
Было бы только что делить ...

Введение.

В разное время мы не раз обращались к теме формализованного отображения триады.

Так, в работе [1] исследованы абстрактно-математические модели троичной структуризации на основе единичных образований.

Одна из них является продолжением векторной модели академика Раушенбаха [2].

Но с заменой ортогонального расположения единичных векторов на их ориентацию вдоль боковых рёбер правильной трёхгранной пирамиды высотой "одна треть".

В результате сумма трёх единичных векторов становится равной по модулю единице.

В то время как исходная модель по своей сути представляет свёртку-разложение в связке «три вектора – один вектор», когда модуль суммирующего вектора в $\sqrt{3}$ раза больше составляющих его ортов-компонентов.

Модель типа $\sqrt{3}$ -вектора мало чем отличается от многих других математических структур, объединяющих три числа.

Данное направление развивается далее [3] с расширением троичной структуризации на формализованные неединичные конструкции.

Этим самым упорядочивается подход к формированию троичного (триединого) образа, а непереносимое использование единичных составляющих переносится на второй план. То есть понятие целого вовсе не обязательно интерпретируется или увязывается с единицей.

Разнообразные тройственно-математические объекты в разной мере отображают триединые линии-связи и служат прообразами троичной структуризации.

Надо сказать, трёхмерное устройство бытия издавна привлекала внимание человечества.

Различные сравнения и аллегории на тему троичности занимают особое место в человеческом мировосприятии, образуя великое множество причудливых интерпретаций-описаний культурно-религиозного, метафизического и математического толка [1, 4].

В статье [5] рассмотрена возможность использования концепции триномиальной гармонии, основанной на трёхчленных уравнениях, применительно к анализу христианского троичного догмата или триединого проявления божества, корни которых восходят ещё к языческим временам.

Языческие корни-основы связаны многобожием и элементами идолопоклонства [6, гл. 5], оставаясь в христианской теологии незыблемым каркасом многолико-тройственной структуры верховного творца.

Чисто формально он предполагает единый образ, но состоящий из трёх <лиц>, ему равных по отдельности.

Это можно понимать как вескую гипотезу, которой, надо полагать, никогда не суждено стать доказанным утверждением. Несмотря на качественные объяснения того, что объяснению не поддается в принципе.

Тринитарное обожествление золотой модели.

Иногда троицу в теологии рассматривают в координатах золотого сечения [3, 6].

Данный посыл инициировал более 500 лет назад математик-монах древности Лука Пачоли с его восторженно-экзальтированным фанатичным гимном золотой «Божественной пропорции» [7] и необычным, можно сказать противоестественным, триединством.

Заметим, речь шла именно о пропорции, но не золотом сечении!

Подразумевалось, что малая часть составного геометрического отрезка олицетворяет бога-сына, большая часть – бога-отца, а весь отрезок – бога-духа святого.

Подобная божественная квалификация-символика – знак трепетного отношения к замечательному аддитивно-двучленному образу, который асимптотически связан с известными числами Фибоначчи.

Если в исходной церковной трактовке все ипостаси равны, то в предложенном толковании многое перекручено.

Однако следует сделать скидку-поправку на глубокий историзм, и не забывать про объективные условия.

А они таковы, что в те времена просто не существовал подходящий материал-пластилин, из которого математик мог бы "лепить" удобоваримую божественную символику.

Хотя в транскрипции и созвучности элементов золотое сечение при всей его уникальности здесь маловыразительно.

Целое делится всего лишь на две части. Причём большую и меньшую.

При этом само целое, так или иначе, выступает противовесом своим частям.

Их равнозначность или равноценность нарушается. Разве что частично проявляется в соотношениях, образующих золотую пропорцию.

Тройственная конструкция трёх равноправных предметов-сущностей просматривается с трудом и недюжинным воображением. Даже сегодня. Когда де-факто создается такая себе "православная арифметика", густо замешенная на доморощенном ура-патриотизме.

Российский исследователь А. Черняев даже собственную концепцию выдвинул, будто «знания можно понять только на языке науки – русском языке» [8]. При этом сам автор предпочитал пользоваться десятичной системой, которая пришла с территории, где сегодня превалирует ислам или иудаизм.

Подобные фантазии одностороннего восприятия-освещения предметной области характерны и для "золотой лихорадки" в погоне за троичностью в системах счисления [9].

И ещё... Линейная золотая пропорция, если даже имеет что-либо общее с искусственной божественностью, так это безликую безжизненную маску.

Идеальное золотое сечение – мёртвая зона, мумиё. Здесь абсолютно не остается места и шансов на межсистемные связи, способные удержать целостность.

В результате целое де-факто "взрывается", рассыпается и превращается в прах [10].

На наш взгляд, более приемлемыми моделями-прототипами троицы-троичности являются бесхитростные совокупности-сочленения целого из трёх частей. Но строго обусловленных пропорциональных частей. С их внутренним взаимодействием, когерентностью и согласованностью.

Например, здесь вполне допустима модель тройственной конструкции – *трибоначчи*. Как продолжение-обобщение чисел Фибоначчи на аддитивно-трехчленный вариант возвратного (разностного) уравнения.

Постановка задачи.

Золотая пропорция известна как равенство двух отношений при разделении целого на две аддитивные непересекающиеся части.

Можно оперировать и обычной суммой, без непосредственной привязки к делимому объекту: сумма частей так относится к одной части, как она – к другой.

Решение пропорции сводится к вычислению корней квадратного уравнения с единичными коэффициентами. Оно единственно в области положительных чисел и приводит к иррациональной константе $\Phi \approx 1,618$ как отношению сравниваемых частей.

Возможно ли подобные построения при делении целого на большее количество частей, в частности, на три? – Безусловно, да. Весь вопрос только в соотношениях частей между собой и с целым. Понятно, что возможностей-комбинаций здесь гораздо больше, чем в двучленном сечении.

Не пытаясь охватить "все и вся", ограничим круг исследований только равенством пропорциональных отношений типа $a/b = b/c$.

Не теряя общности рассуждений, для однозначной разрешимости задачи остается расширить систему единичным равенством суммы частей $a + b + c = 1$.

Плюс к этому дополнительное отношение, определяющее выбор первой части.

Собственно и всё.

Остается за малым, а именно синтезом подходящих структур.

Но сначала несколько слов о числовой трансформации, которая окажется нам весьма полезной для анализа получаемых результатов.

Числовые инверсные трансформации.

В теории целочисленных последовательностей принято различать числовую инверсную трансформацию (*invert transform*) $u_n \rightarrow v_n$ с учетом взаимного порядка элементов при выполнении суммирования (n – условное дискретное время)

$$v_n = \sum_{k=1}^n v_{k-1} u_{n-k} = \sum_{k=1}^n u_{k-1} v_{n-k}.$$

Как видим, инверсионная трансформация осуществляется путем почленного умножения членов исходной и формируемой последовательностей с последующим суммированием произведений. Причем одна из них записывается в обратном или реверсном порядке: от больших величин к меньшим.

Для конкретики рассмотрим пример четных чисел Фибоначчи с заменой нулевого элемента на единицу: 1, 1, 3, 8, 21, 55, 144, 377, 987, 2584 ... – $f_n = F_{2n} = 1f_{n-1} + 2f_{n-2} + 3f_{n-3} + 4f_{n-4} + \dots$ – количество композиций натурального числа n из одного сорта единиц, двух сортов двоек, трех сортов троек и т.д. – см. библиотеку целочисленных последовательностей [11] с идентификационным кодом [A088305](#).

Допустима также рекурсия $f_n = 3f_{n-1} - f_{n-2}$ с характеристическим уравнением $x^2 - 3x + 1 = 0$ и золотоносными корнями $\lambda_{1,2} = \phi^2$, $\Phi^2 = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2, \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$.

Инверсия четных чисел Фибоначчи приводит к последовательности 1, 1, 2, 6, 19, 60, 189, 595, 1873 ... Действительно,

$$(1) \times (1) = 1,$$

$$(1, 1) \times (1, 1) = 1+1 = 2,$$

$$(1, 1, 2) \times (3, 1, 1) = 3+1+2 = 6,$$

$$(1, 1, 2, 6) \times (8, 3, 1, 1) = 8+3+2+6 = 19,$$

$$(1, 1, 2, 6, 19) \times (21, 8, 3, 1, 1) = 21+8+6+6+19 = 60,$$

$$(1, 1, 2, 6, 19, 60) \times (55, 21, 8, 3, 1, 1) = 55+21+16+18+19+60 = 189 \dots$$

Новое упорядоченное множество чисел входит в библиотеку [11] как целочисленная последовательность [A052544](#).

В частности, она обладает такими свойствами:

- производящая функция $\Psi(x) = \frac{(1-x)^2}{1-4x+3x^2-x^3}$,
- рекуррентная форма $f_n = 4f_{n-1} - 3f_{n-2} + f_{n-3}$,
- комбинаторная сумма $f_n = \sum_{j=0}^n C_{n+2j}^{3j}$.

В свою очередь, данная последовательность одновременно является взаимнообратной трансформацией к четным числам Фибоначчи.

Для нечетных чисел Фибоначчи: 1, 2, 5, 13, 34, 89, 233, 610 ... инверсионная трансформация приводит к последовательности 1, 3, 10, 34, 116, 396, 1352, 4616, 15760, 53808 ... – [A007052](#) [11] с рекуррентной формой

$$f_n = 4f_{n-1} - 2f_{n-2} = 3f_{n-1} + f_{n-2} + f_{n-3} + \dots$$

Она характеризует количество всевозможных композиций натурального числа n , в которых единицы отличаются тремя типами-цветами (M.Janjić, 2010).

Аттрактор последовательности, как предельное отношение двух соседних элементов, равен $2 + \sqrt{2} \approx 3,414213$ – максимальному корню уравнения $x^2 = 4x - 2$.

Существуют также иные виды трансформации числовых рядов: биномиальная (binomial transform), Мебиуса (moebius transform) и др.

Закономерности троичного деления.

Перейдем собственно к синтезу-формированию моделей пропорционального устройства целого и его трех составных частей $\{a, b, c\}$.

Начнем непосредственно с составления комплексных (составных) пропорций. Данный термин используется нами для характеристики и сравнения объединенных отношений, содержащих более одного знака равенства.

1. Сумма трех частей так относится к сумме двух, как эта сумма – к третьей части и как эта часть – к одной из двух:

$$\frac{a+b+c}{b+c} = \frac{b+c}{a} = \frac{a}{b}.$$

Или альтернативная запись

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \frac{c}{b}.$$

Видно, что $a = c$.

Форма первого отношения адекватна записи для пропорции золотого сечения.

Только теперь целым, обозначенным для определенности единицей, является не сумма двух слагаемых $a+b$, но аддитивное объединение трёх частей $a+b+c=1$.

В результате имеем следующее решение:

$$\frac{1}{1-a} = \frac{1-a}{a}, \quad a^2 - 3a + 1 = 0, \quad a = \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \phi^2,$$

$$a = c = \phi^2, \quad b = \phi^3,$$

где $\phi = \Phi^{-1} = (\sqrt{5} - 1)/2 \approx 0,618$ – малая золотая константа, $\phi^2 + \phi^3 + \phi^2 = 1$.

Учитывая наличие трех составных объектов, допустимо как линейное, так и плоскостное представление золотоносной модели деления целого на три части (рис. 1)

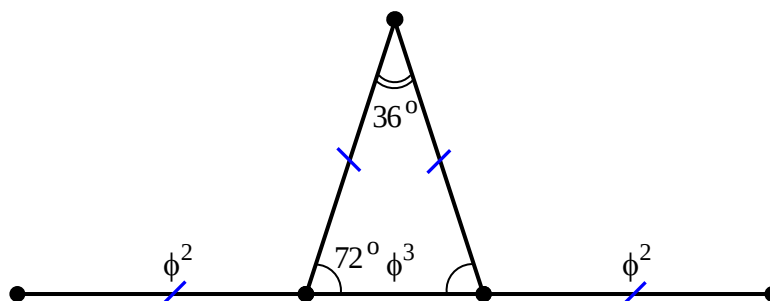
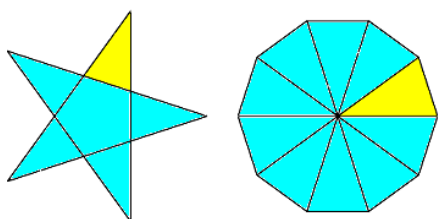


Рис. 1. Линейное и плоскостное представление золотоносной модели деления целого на три части



В итоге получили *золотой треугольник* [12, 13] – равнобедренный треугольник с "золотым" отношением неравных сторон.

Как часть пентаграммы или правильного десятиугольника с множеством золотоносных свойств-отношений.

2. Сумма трех частей так относится к сумме двух, как эта сумма – к одной из этих частей и как эта часть – к третьей:

$$x = \frac{a+b+c}{a+c} = \frac{a+c}{a} = \frac{a}{b}.$$

Альтернативная запись имеет вид

$$x = \frac{a+c}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Приняв сумму всех частей равной единице и сделав подстановку $a+c=1-b$, получаем

$$\frac{1}{1-b} = \frac{1-b}{a} = \frac{a}{b}.$$

Отсюда приходим к кубическому уравнению

$$(1-b)^3 = b, \quad b^3 = 3b^2 - 4b + 1.$$

с действительным корнем $b = 1 - \frac{r}{6} + \frac{2}{r}$, $r = \sqrt[3]{108 + 12\sqrt{93}}$.

Возвращаясь к исходной пропорции, находим оставшиеся части:

$$a = (1-b)^2, \quad b = b(1-b)$$

с характерным замечательным свойством $ac = b^2$.

Аналогичное свойство имеет место в золотом сечении для тройки (целого и его двух составных частей): $\{\dot{a} + \dot{b} = 1, \dot{b}, a\} \rightarrow \frac{1}{\dot{b}} = \frac{\dot{b}}{\dot{a}} \rightarrow \dot{b}^2 = 1 \cdot \dot{a}$.

Для определения отношения $x = \frac{a}{b} = \frac{c}{a} + 1$ в исходной пропорции сократим два первых отношения на b

$$x = \frac{c/b + x + 1}{c/b + x} = \frac{c/b + x}{x} = \frac{a}{b},$$

откуда получаем

$$x^3 = x^2 + 1: x = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos \frac{29}{2}\right) = \frac{1}{3} + \frac{r_x}{6} + \frac{2}{3r_x} \approx 1,4656, \quad r_x = \sqrt[3]{116 + 12\sqrt{93}}.$$

Если три части целого собрать в треугольник, то его стороны и углы (по теореме косинусов) численно равны:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,46557 \\ 0,31767 \\ 0,21676 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 \\ 36,22 \\ 23,78 \end{pmatrix}^0.$$

Аналитические соотношения для сторон имеют вид кубических структур:

$$a = -\frac{2}{3} + \frac{r_a}{6} + \frac{2}{3r_a}, \quad r_a = \sqrt[3]{116 + 12\sqrt{93}}; \quad a^3 + 2a^2 + a - 1 = 0, \quad a \approx 0,46557;$$

$$b = 1 - \frac{r_b}{6} + \frac{2}{r_b}, \quad r_b = \sqrt[3]{108 + 12\sqrt{93}}, \quad b^3 - 3b^2 + 4b - 1 = 0, \quad b \approx 0,31767;$$

$$c = \frac{2}{3} - \frac{r_c}{6} + \frac{22}{3r_c}, \quad r_c = \sqrt[3]{188 + 36\sqrt{93}}, \quad c^3 - 2c^2 + 5c - 1 = 0, \quad c \approx 0,21676.$$

Угол напротив большей стороны равен точно 120 градусов, что позволяет собрать любопытную плоскостную фигуру (рис. 2).

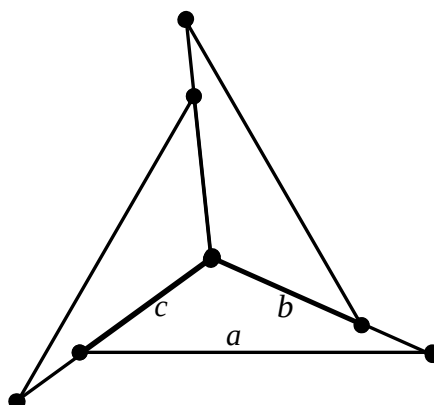


Рис. 2. Плоскостная "сборка" пропорциональной модели $x = \frac{a+c}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

с характеристическим уравнением $x^3 = x^2 + 1$

Модельное уравнение меньшей части $c^3 - 2c^2 + 5c - 1 = 0$ характеризует четные члены последовательности $s_n = 2s_{n-1} - s_{n-2} - s_{n-3}$ с начальными условиями (1, 1, 1) [A078001](#).

Величины a^{-1}, b^{-1} различаются на единицу $a^{-1} = b^{-1} - 1$, то есть в своем десятичном представлении имеют одинаковые мантиссы.

Поиск закономерностей. Рассматривая отношение целого к части a , что равносильно её обратной величине $A = 1/a$, приходим к алгебраическому и эквивалентному разностному уравнению третьего порядка

$$A^3 = A^2 + 2A + 1, \quad A'_n = A'_{n-1} + 2A'_{n-2} + A'_{n-3}, \quad A = \frac{1}{a} \approx 2,14790; \quad (1)$$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{r}{6} + \frac{14}{3r} \approx 2,14790, \quad r = \sqrt[3]{188 + 12\sqrt{93}}.$$

Рекурсия приводит к последовательности

(0, 0, 1), 1, 3, 6, 13, 28, 60, 129, 277, 595, 1278, 2745, 5896, 12664 ... – [A002478](#).

Анализируя отношение целого к части $C = 1/c$, получаем такие соотношения:

$$C^3 = 5C^2 - 2C + 1, \quad C'_n = 5C'_{n-1} - 2C'_{n-2} + C'_{n-3}, \quad C = \frac{1}{c} \approx 4,61347;$$

$$C = \frac{5}{3} + \frac{r}{6} + \frac{38}{3r} \approx 4,61347, \quad r = \sqrt[3]{748 + 36\sqrt{93}}.$$

Рекурсия с единичными начальными условиями формирует числовой ряд

(1, 1, 1), 4, 19, 88, 406, 1873, 8641, 39865, 183916, 848491 ...,

который связан с последовательностями [A000930](#), [A141015](#).

Наконец, для отношения целого к средней части $B = 1/b$ приходим к кубическому алгебраическому и эквивалентному разностному уравнениям

$$B^3 = 4B^2 - 3B + 1, \quad B'_n = 4B'_{n-1} - 3B'_{n-2} + B'_{n-3}, \quad B = \frac{1}{b} \approx 3,14790;$$

$$B = \frac{4}{3} + \frac{r}{6} + \frac{14}{3r} \approx 3,14790, \quad r = \sqrt[3]{188 + 12\sqrt{93}}.$$

В зависимости от принимаемых начальных условий рекуррентная форма B'_n дает две последовательности:

(1, 1, 1), 2, 6, 19, 60, 189, 595, 1873, 5896, 18560, 58425, 183916, 578949, 1822473, 5736961, 18059374, 56849086, 178955183, 563332848 ... – [A052544](#), [A204200](#);

(0, 0, 1), 1, 4, 13, 41, 129, 406, 1278, 4023, 12664, 39865, 125491, 395033, 1243524, 3914488, 12322413, 38789712, 122106097 ... – [A052529](#).

Четные и нечетные элементы этих последовательностей совпадают с членами ряда (через два элемента на третий) $u'_n = u'_{n-1} + 2u'_{n-2} + u'_{n-3}$ с разными начальными условиями:

(0, 0, 1), 1, 3, 6, 13, 28, 60, 129, 277, 595, 1278, 2745, 5896, 12664, 27201, 58425, 125491, 269542, 578949, 1243524, 2670964, 5736961, 12322413 ... – [A002478](#);

(1, 0, 1), 2, 4, 9, 19, 41, 88, 189, 406, 872, 1873, 4023, 8641, 18560, 39865, 85626, 183916, 395033, 848491, 1822473, 3914488, 8407925, 18059374 ... – [A141015](#).

Эквивалентное характеристическое уравнение $u^3 = u^2 + 2u + 1$ имеет вещественный корень $u = \frac{1}{3} + \frac{r}{6} + \frac{14}{3r} \approx 2,14790$, $r = \sqrt[3]{188 + 12\sqrt{93}}$.

В сравнении полученных результатов без затруднений просматриваются связи-соотношения с корнем B :

$$B = u + 1, \quad B^2 = u^3.$$

В свою очередь, оба ряда являются "биссекцией-половиной" тринома с эквивалентной последовательностью $v'_n = v'_{n-1} + v'_{n-3} = v'_{n-2} + v'_{n-3} + v'_{n-4}$ – количество композиций числа n из частей (1, 3) или (2, 3, 4):

(1, 1, 1), 2, 3, 4, 6, 9, 13, 19, 28, 41, 60, 88, 129, 189, 277, 406, 595, 872, 1278, 1873, 2745, 4023, 5896, 8641, 12664, 18560, 27201, 39865 ... [A000930](#).

Эквивалентное характеристическое уравнение $v^3 = v^2 + 1$ имеет корень

$$v = \frac{1}{3} + \frac{r}{6} + \frac{2}{3r} \approx 1,46557, \quad r = \sqrt[3]{116 + 12\sqrt{93}}.$$

Причем обнаруживаются такие закономерности

$$v^2 = u, \quad v^3 = B, \quad v^4 = C.$$

Но самым примечательным, по нашему мнению, является тот факт, что последовательность B'_n – [A052544](#) является инверсной трансформацией к четным числам Фибоначчи, которые имеют асимптотический аттрактор, равный квадрату константы золотого сечения $\Phi^2 = 1 + \Phi$.

Всё это позволяет уверенно говорить о "генетической" связи триномиальной модели старших степеней $v^3 = v^2 + 1$ третьего порядка с классическим золотым сечением.

Не в плане пресловутых и надуманных «обобщенных золотых сечений» (?) во множественном числе. С уродливым терминологическим и лженаучным искажением сути уникальной константы ЗС, что непозволительно допускают некоторые авторы.

Но в контексте косвенной увязки золотой константы с решением уравнения третьего порядка $v^3 = v^2 + 1$, а именно $B = v^3$, с учетом B'_n – инверсной трансформации четных чисел Фибоначчи $f_n = F_{2n} = 3f_{n-1} - f_{n-2} = 1f_{n-1} + 2f_{n-2} + 3f_{n-3} + 4f_{n-4} + \dots$ с их предельным аттрактором $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n / f_{n-1} = \Phi^2$.

Конечно, связь здесь опосредованная. То есть не аналитическая зависимость в чистом виде или непосредственная. Но, тем не менее, она существует.

Пусть даже несколько витиевато, длинно и сокрыто.

Однако на основе прямых вычислительных процедур.

От четных чисел Фибоначчи и константы Φ^2 через инверсию – к последовательности B'_n с её аттрактором B , который определяет куб корня триномиального уравнения $v^3 = v^2 + 1$ определяющего пропорцию трех частей целого $v = \frac{a+c}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$.

3. Примеры пропорционального деления единичного отрезка на три части $a + b + c = 1$ (рис. 3) позволяют утверждать о больших возможностях расширения проецирования золотой модели на аддитивно-трехчленные сочленения целого.

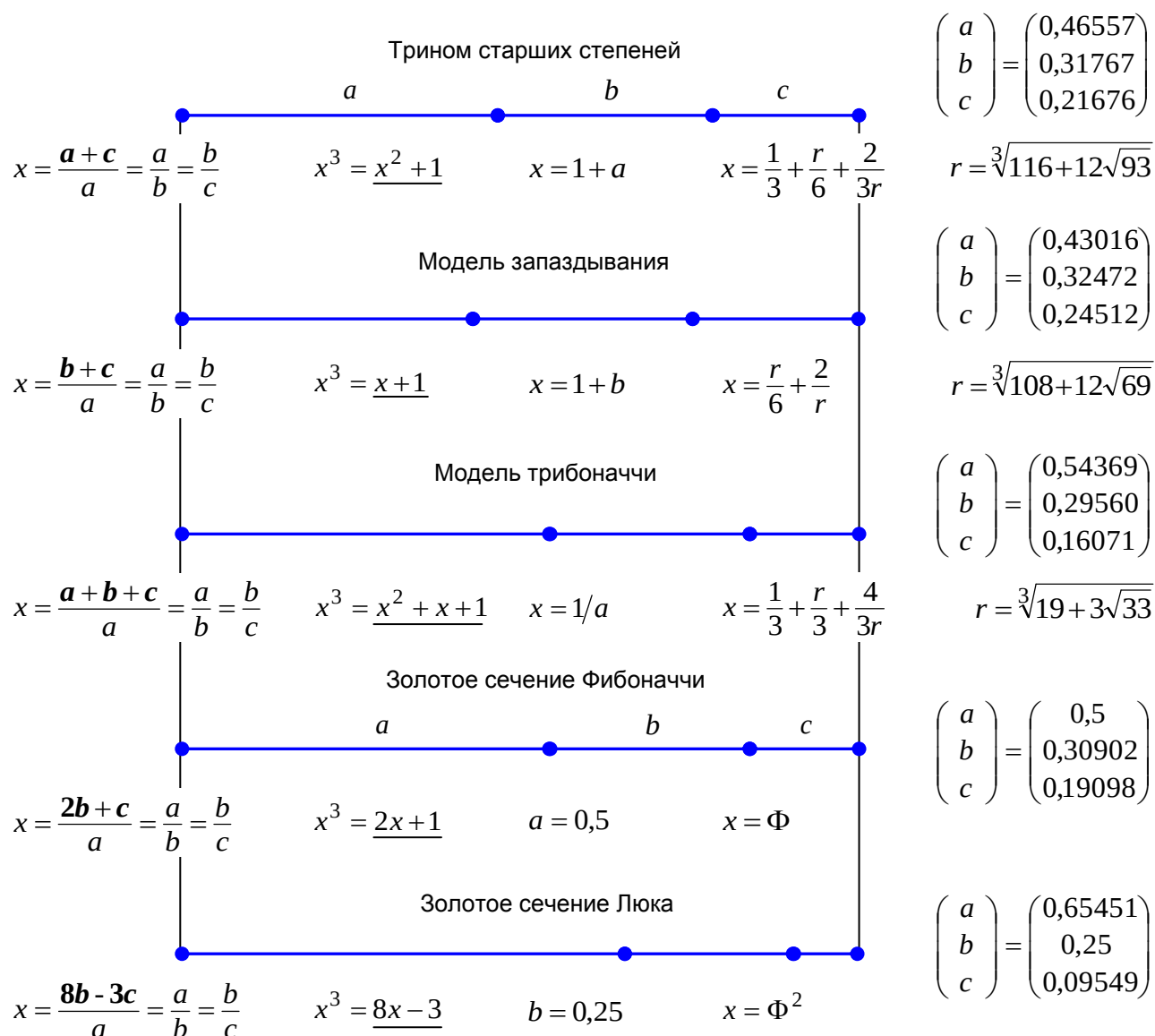


Рис. 3. Примеры пропорционального деления единичного отрезка на три части $a + b + c = 1$

Хотя в своем большинстве синтезируемые "трехмерные" модели не имеют общих точек соприкосновения с константой золотого сечения.

Как говорится, золото испаряется. Или вовсе не появлялось. Как в алхимии.

Только в отдельных случаях золотое сечение продолжает через число Φ участвовать в структурировании пропорциональных отношений.

Непосредственно или опосредовано.

Представляется, что второй случай косвенных связей с константой ЗС имеет особое значение для интерпретации золотого феномена в случае его возможного завуалированного действия-присутствия в изучаемых структурах на практике.

Инверсная трансформация последовательности трибоначчи (1, 1, 1), 3, 5, 9, 17, 31, 57, 105, 193, 355, 653, 1201... – [A000213](#) приводит к числовому ряду (0, 2), 4, 10, 24, 58, 140, 338, 816, 1970... – [A052542](#) с алгебраическим уравнением $x^2 = 2x + 1$ и корнем $x = 1 + \sqrt{2}$.

Какие-либо вразумительные ассоциативные линии-связи с золотой константой нами здесь не просматриваются.

Зато имеет место очевидное взаимоотношение с моделью «корня из двух», которая образована самым простым расширением квадратного уравнения золотого сечения путем замены первого единичного коэффициента на двойку

$$x^2 = x + 1 \rightarrow x^2 = 2x + 1.$$

Соответственно изменяется и пропорция $x = \frac{2a+b}{a} = \frac{a}{b}$.

Зато инверсная трансформация последовательности Падована (1, 0, 0), 1, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, 28... – [A000931](#) с рекурсией $f_n = f_{n-2} + f_{n-3}$ и пропорцией $x = \frac{b+c}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ приводит к ряду 1, 1, 2, 4, 9, 19, 41, 88, 189, 406... – [A141683](#) с рекурсией (возвратным уравнением) $A'_n = A'_{n-1} + 2A'_{n-2} + A'_{n-3}$ – см. формулу (1).

То есть имеет место опосредованная связь с моделью золотого сечения.

Таким образом, весьма расплывчатые и опосредованные, но все-таки устойчивые связи с константой золотого сечения, образуют такие структуры:

- триномиальная модель старших степеней 3-го порядка

$$x^3 = x^2 + 1, \quad x = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c};$$

- триномиальная модель одношагового запаздывания

$$y^3 = y + 1, \quad y = \frac{b+c}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{c}.$$

Эти модели имеют третий порядок. Но структурно-базисная составляющая содержит сумму двух элементов: $x^2 + 1$, $y + 1$ или соответственно $a + b$, $b + c$.

Заключение.

Анализ комплексных пропорций и результирующих алгебраических уравнений позволяет зафиксировать некоторые закономерности. В частности, для числителя в первом отношении, вид которого "воспроизводит" правую часть характеристического уравнения.

Порядок частей и коэффициенты при них повторяют аналогичные одночлены в правой части характеристического алгебраического уравнения.

То же самое мы наблюдали и в простейшей золотой пропорции

$$x = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \rightarrow x^2 = x + 1.$$

Представляется, мы вышли на общую закономерность формирования пропорции комплексного вида со строго пропорциональным отношением аддитивно-составных частей целого.

Но это уже предмет последующих исследований.

Иначе, как глаголет социальная сеть, "многобукафф ниасилить"...

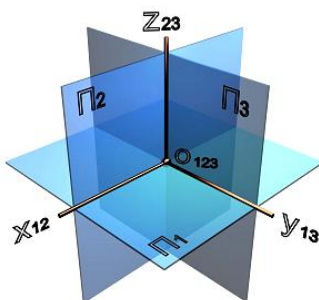
Литература:

1. Василенко С.Л. Абстрактные модели троичной структуризации: формально-единичные конструкции // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17601, 31.07.2012. – trinitas.ru/rus/doc/0226/002a/02261112.htm.
2. Раушенбах Б.В. Логика троичности // Вопросы философии. – 1993. – № 3. – С. 63–70. – bellabs.ru/Articles/Troitsa/Source.html, trinitas.ru/rus/doc/0017/001a/00170000.htm.
3. Василенко С.Л. Формальные неединичные конструкции троичной структуризации // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17606, 04.08.2012. – trinitas.ru/rus/doc/0226/002a/02261113.htm.
4. Василенко С.Л. Тринитарная символика: идентификация и толкование // АТ. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17576, 13.07.2012. – trinitas.ru/rus/doc/0226/002a/02261110.htm.
5. Василенко С.Л. Триномиальная гармония // Научно-техн. библиотека SciTecLibrary. – 22.07.2011. – sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11240.html.
6. Опарин А.А., Молчанов С.Б. Но как было во дни Ноя... – Харьков: Факт, 1998. – 3-е изд. Харьков, 2002. – 176 с. – <http://nauka.bible.com.ua/noah/index.htm>.
7. Щетников А.И. Лука Пачоли и его трактат «О божественной пропорции» // Математическое образование. – 2007. – № 1 (41). – С. 33–44.
8. Черняев А.Ф. "Сердцатая" реплика // Академия Тринитаризма. – М.: Эл. № 77-6567, публ.17054, 03.12.2011. – trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322060.htm.
9. Василенко С.Л. Системы счисления: "золотая лихорадка" в погоне за троичностью // Научно-техн. библиотека SciTecLibrary. – 28.09.2011. – sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11376.html.
10. Василенко С.Л. Золотая пропорция как ядро генома мироздания // Математические и исторические исследования гармонии и красоты в природе и искусстве. – 12.07.2011. – artmatlab.ru/articles.php?id=30&sm=2 / Научно-техн. библиотека SciTecLibrary. – 13.07.2011. – sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11214.html.
11. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS) / Founded in 1964 by N.J.A. Sloane. – <http://oeis.org/>.
12. Weisstein E.W. Golden Triangle / From MathWorld. – A Wolfram Web Resource. – mathworld.wolfram.com/GoldenTriangle.html.
13. Golden triangle (mathematics) / In Wikipedia, The Free Encyclopedia. – [en.wikipedia.org/wiki/Golden_triangle_\(mathematics\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Golden_triangle_(mathematics)).

© Василенко, 2014



Харьков, Украина



Авторские страницы:

<http://www.artmatlab.ru/authors.php?id=21&sm=3><http://www.sciteclibrary.ru/rus/avtors/v.html><http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0738-00.htm>